

**\* Подготовка к ЕГЭ.  
Решение  
экономической  
задачи.  
Техника вычислений.**

Сапронова О.Н.

МБОУ «Центр непрерывного образования», 2024г

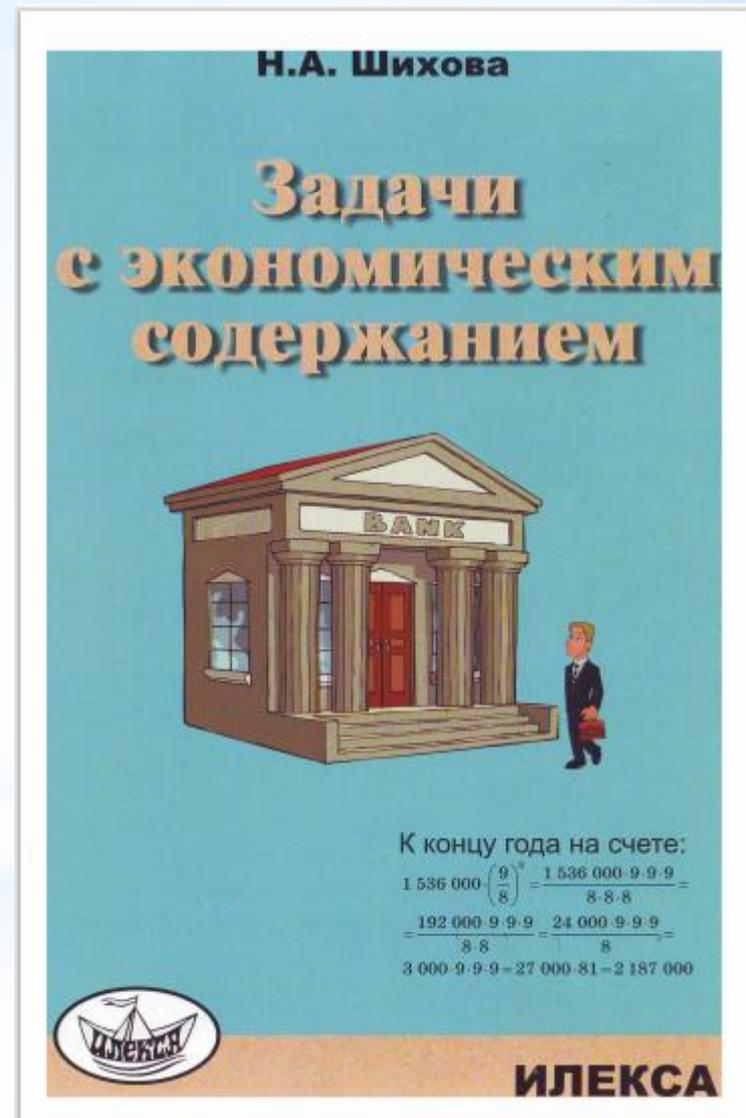
## \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

Решая задачи с экономическим содержанием, приходится выполнять сложные вычисления, но на экзамене пользоваться калькулятором нельзя.

Чтобы предупредить ошибки, необходимо уделить особое внимание технике упрощения вычислений.

# \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

- \* Для меня находкой явилась книга Шиховой Н.А. «Задачи с экономическим содержанием».
- Автор удачно, на мой взгляд, систематизировала базовые сведения о методах оптимизации вычислений и преобразований при решении этого вида задач, предложила стратегию подготовки к экзамену, помогла выстроить свою.



## \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

\* Приступать к решению таких задач лучше с формирования понимания «простого %» и «сложного %».

\* **Задача 1.** В мае цена на холодильник увеличилась на 20%, а в июне уменьшилась на 20%. Как изменилась цена холодильника за два месяца.

Пусть цена холодильника  $x$  р.

В мае:  $x$  р. ----- 100%

$y$  р. ----- 120%

$$y = \frac{120 \cdot x}{100}.$$

В июне:  $y$  р. ----- 100%

$n$  р. ----- 80%

$$n = \frac{80 \cdot y}{100} = \frac{80 \cdot 120 \cdot x}{100 \cdot 100} = \frac{96}{100} x$$

Значит, за два месяца цена холодильника **снизилась на 4%**.

\* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

\* **Перевод** решения задачи **на дроби** упрощает запись решения задачи до одной строки.

Т.к.  $120\% = 1,20$  и  $80\% = 0,80$ ,

то изменение цены записывается выражением:

$$1,2 \cdot 0,8 \cdot x = 0,96 x.$$

Откуда ответ очевиден: **снижение на 4%.**

## \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

- \* *Т.е. увеличить число на  $x\%$* 
  - *это значит умножить его на  $(1 + 0,01x)$ ,*
  - уменьшить на  $y\%$* 
    - *это значит умножить его на  $(1 - 0,01y)$ .*

Поэтому часто при решении задач на сложные проценты используется коэффициент  $q = 1 + 0.01p$ , который упрощает вычисления.

При этом  $p = 100(q - 1)$ .

## \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

**Например.** Сделан вклад под  $p\%$  на 4 года.  
Тогда коэффициент  $q = 1 + 0,01 \cdot p$ .

Если вклад размером  $S$  рублей под  $p\%$ , то

0	$S$	$S$
1 год	$S \cdot (1 + 0.01p)$	$S \cdot q$
2 год	$(S \cdot (1 + 0.01p)) \cdot (1 + 0.01p) = S \cdot (1 + 0.01p)^2$	$S \cdot q^2$
3 год	$S \cdot (1 + 0.01p)^3$	$S \cdot q^3$
4 год	$S \cdot (1 + 0.01p)^4$	$S \cdot q^4$

## \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

### \* Переход от десятичных дробей к обыкновенным.

Пример. Вычислить  $3624 \cdot 1,375 = 3624 \cdot \frac{11}{8}$

### \* Сначала делим, потом умножаем:

$$\begin{aligned} 3624 \cdot 1,375 &= 3624 \cdot \frac{11}{8} = \\ &= \frac{3624 \cdot 11}{8} = \frac{453 \cdot 11}{1} = 4983 \end{aligned}$$

## \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

### \* «Отложи на завтра то, что можно сделать сегодня»

Вычисления часто удобно откладывать до последнего в надежде на то, что позднее обнаружится более эффективный путь решения:

$$\frac{x}{13} = \frac{7,2-x}{5};$$

$$5x = 13 \cdot 7,2 - 13x$$

$$18x = 13 \cdot 7,2$$

$$x = \frac{13 \cdot 7,2}{18}$$

$$x = 13 \cdot 0,4$$

$$x = 5,2$$

\* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

\* Разложение на множители

часто помогает облегчить вычисления.

Хорошо работает эмпирическое правило:

*если на ум пришло считать  
на калькуляторе или в столбик –  
- найди множители!*

## \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

**Пример 1.** 25 декабря 2014 г. Пантелей сделал вклад в сумме 3 850 000 р. под некоторый постоянный процент годовых на два года. Через год прошла капитализация – сумма на счёте увеличилась на положенное число процентов; еще через год капитализация прошла еще раз, и Пантелей тотчас же снял со счёта все деньги – 5 270 265 р. Какой процент банк начислял по вкладу?

Срок	
0	$S = 3\,850\,000$
1 год	$S \cdot q$
2 год	$S \cdot q^2 = 5\,270\,265$

## \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

\* Мы получаем простейшее квадратное уравнение:

$$3\,850\,000 \cdot q^2 = 5\,270\,265$$

**Невыгодно** – делить, получить 1,3689, а потом извлекать корень.  
Намного проще раскладывать на множители, удобные для извлечения корня и сокращать.

$$q = \sqrt{\frac{5\,270\,265}{3\,850\,000}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 117117}{10000 \cdot 77}} =$$

$$= \sqrt{\frac{9 \cdot 9 \cdot 13013}{10000 \cdot 77}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 9 \cdot 1183}{10000 \cdot 7}} = = \sqrt{\frac{9 \cdot 9 \cdot 169}{10000}} = 1,17,$$

значит, **p = 17%**.

## \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

**Пример 2.** 25 ноября 2000 г. Пантелей сделал вклад в сумме 512 000 р. под некоторый постоянный процент годовых. Через год на вклад были начислены проценты, Пантелей тотчас же снял со счёта 304 000 р. Через год на оставшуюся сумму были начислены проценты, после чего Пантелей тотчас же снял со счёта все деньги – 361 000 р. Какой процент банк начислял по вкладу?

Год	После начисления %	Остаток на вкладе
2001	$512\,000q$	$512\,000q - 304\,000$
2002	$(512\,000q - 304\,000)q$	$(512\,000q - 304\,000)q - 361\,000$

Получилось уравнение:

$$(512\,000q - 304\,000)q - 361\,000 = 0,$$

\* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

\*  $512q^2 - 304q - 361 = 0,$

$$\begin{aligned} D &= 304^2 + 4 \cdot 512 \cdot 361 = \\ &= 4^2 \cdot 76^2 + 4 \cdot 4 \cdot 128 \cdot 19 \cdot 19 = \\ &= 4^2 \cdot (4^2 \cdot 19^2 + 128 \cdot 19^2) = \\ &= 4^2 \cdot 19^2 \cdot (4^2 + 16 \cdot 8) = \\ &= 4^2 \cdot 19^2 \cdot 4^2 \cdot (1 + 8) = 4 \cdot 19 \cdot 4 \cdot 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q > 0, \quad q &= \frac{304 + 4 \cdot 19 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 512} = \frac{16 \cdot 19 + 16 \cdot 19 \cdot 3}{2 \cdot 16 \cdot 32} = \\ &= \frac{16 \cdot 19 (1 + 3)}{2 \cdot 16 \cdot 32} = \frac{19}{16} = 1,1875, \end{aligned}$$

$$p = 18,75\%.$$

# \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

## • Вычеркивание девяток.

Это способ проверки вычислений по остаткам от деления на 9. Если на экзамене пришлось считать в столбик, проверить **умножение, вычитание и сложение** можно вычёркиванием девяток.

(Деление так проверить нельзя!).

Как работает этот метод, можно посмотреть ролик:

<https://youtube.cxG0D2d45QQ>.

$$\begin{array}{r} \phantom{00} \times 2016 \\ \hline \phantom{00} 2016 \\ \phantom{00} 4032 \\ \phantom{00} 0000 \\ \phantom{00} 0000 \\ \hline 4067272 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{00} \times \cancel{2}0\cancel{1}6 \\ \hline \phantom{00} \cancel{2}0\cancel{1}6 \\ \phantom{00} 4032 \\ \phantom{00} 0000 \\ \phantom{00} 0000 \\ \hline 4067272 \end{array}$$

$\begin{array}{r} 0 \\ \times 1 \\ \hline \end{array} = 0$

$\begin{array}{r} 1 \\ \hline \end{array} = 1$

## \* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

\* Проверьте следующие равенства по остаткам от деления на 9:

$$* 5\,260\,265 - 4\,504\,597 = 755\,668;$$

$$* 5\,260\,265 + 4\,504\,597 = 9\,754\,862;$$

$$* 5\,260\,265 \cdot 237 = 1\,245\,682\,805.$$

\* Подготовка к ЕГЭ. Решение экономической задачи

\* **Пример 3.** Корней планирует в июле взять кредит на срок 4 года под 20% годовых. Платежи могут быть дифференцируемыми или аннуитетными. В каком случае Корней выплатит больше? ( $q = 1 + 0,1p = 1,2$ )

Год	Начисление %	Выплата	Долг
0			<b>S</b>
1	<b>Sq</b>	<b>X</b>	<b>Sq - X</b>
2	<b>(Sq - X)q</b>	<b>X</b>	<b>(Sq - X)q - X</b>
3	<b>((Sq - X)q - X)q</b>	<b>X</b>	<b>((Sq - X)q - X)q - X</b>
4	<b>(((Sq - X)q - X)q - X)q</b>	<b>X</b>	<b>0</b>

\* В конце 4 года кредит был погашен.

Получаем уравнение:

$$(((Sq - X)q - X)q - X)q = 0$$

Выразим X:

$$X = S \cdot \frac{q^4}{1+q+q^2+q^3} \cdot$$

Сумма всех выплат за 4 года составит 4X:

$$4X = S \cdot \frac{q^4}{1+q+q^2+q^3}, \text{ подставим } q = 1,2,$$

но будем не вычислять, а преобразовывать по принципу «Разложить на множители» и сокращать.

\*

$$* 4S \cdot \frac{\left(\frac{6}{5}\right)^4}{1 + \frac{6}{5} + \left(\frac{6}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^3} =$$

$$4S \cdot \frac{\left(\left(\frac{1}{5}\right)^4\right) \cdot 6^4}{\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot (5^3 + 6 \cdot 5^2 + 6^2 \cdot 5 + 6^3)} =$$

$$= 4S \cdot \frac{\frac{1}{5} \cdot 6^4}{5^2(5+6) + 6^2(5+6)} = \frac{4 \cdot 1296}{55(25+36)} =$$

$$\frac{4S \cdot 36 \cdot 36}{55 \cdot 61} = \frac{5184}{3355} S \approx 1.545 S$$

\* Вторая часть решения задачи не содержит крупных вычислений, поэтому сегодня не представляет для нас интереса.

\* Теперь можно переходить к разбору основных типов экономических задач, но это тема не этого сообщения.

\* Спасибо за внимание!

\* Подготовка к ЕГЭ.  
Решение  
экономической  
задачи.  
Техника  
вычислений.