Решение задач ЕГЭ профиль из раздела "Финансовая математика"

Обобщение опыта

Выполнила: учитель математики

Коняхина М.В.

МБОУ "Ок. им. Владимира Храброго"

В июне 2025 года Олег Вадимович планирует взять кредит в банке на 4 года.Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на 20 % от суммы долга на конец предыдущего года;

- в период с февраля по июнь каждого из 2026, 2027 и 2028 годов необходимо выплатить часть долга, причём каждый из платежей 2027 и 2028 годов в 1,6 раза больше платежа предыдущего года;

- в период с февраля по июнь 2029 года выплачивается оставшаяся сумма по кредиту, равная 1 770 240 рублей.

Найдите сумму кредита, если общие выплаты по нему составили 8 994 240 рублей.

Решение.

Обозначим через S рублей сумму кредита. Пусть в первый год выплаты составляли m рублей. Тогда остаток на конец каждого года, равен:

2026-й год: $1,2S-m$

2027-й год: $1,2\cdot(1,2S-m)-1,6m$

2028-й год: $1,2\cdot(1,2\cdot(1,2S-m)-1,6m)-2,56m$

В 2029-м году выплачиваются остатки по кредиту в размере 1 770 240 рублей:

$$1,2\cdot(1,2\cdot(1,2\cdot(1,2S-m)-1,6m)-2,56m)-1770240=0$$

Найдем величину m:

$$2,0736S - 1,728m - 2,304m - 3,072m = 1770240$$

$$7,104m = 2,0736S - 1770240$$

$$m = \frac{2,0736S - 1770240}{7,104}$$

Общие выплаты составляют величину:

$$m + 1,6m + 2,56m + 1770240 = 8994240$$

$$m = \frac{7224000}{5,16} = 1400000$$

откуда

$$\frac{2,0736S-1770240}{7,104}=1400000$$

$$S=\frac{1400000\cdot 7,104+1770240}{2,0736}=5650000$$

То есть, сумма кредита составляет 5,65 млн. рублей.

Ответ: 5,65 млн. рублей.

Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель.

В отеле могут быть стандартные номера площадью 21 квадратный метр и номера «люкс» площадью 49 квадратных метров.

Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 1099 квадратных метров.

Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет.

Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» - 4500 рублей в сутки.

Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

Решение.

Обозначим через x число стандартных номеров, а через y - число номеров «люкс». Тогда общая площадь, занимаемая этими номерами должна в идеале быть равна 1099 кв. метров:

$$21x+49y=1099.$$

Выразим из этого выражения y от x, получим:

$$y=\frac{1099-21x}{49},$$

и получаем линейную зависимость.

Следовательно, наибольшая прибыль может быть получена, либо при максимальном y и минимальном x, либо наоборот. Найдем сначала наибольшее целое значение y:

- при $x = 1$, $y = 22$, прибыль составит:

$$4500 \cdot 22 + 2000 \cdot 1 = 101000 \text{ рублей;}$$

- при $x = 50$, $y = 1$, и прибыль равна:

$$1 \cdot 4500 + 50 \cdot 2000 = 104500 \text{ рублей.}$$

Видно, что если разместить 50 стандартных номеров и 1 номер «люкс», то прибыль будет наибольшей.

Ответ: 104500.

Для одного из предприятий-монополистов зависимость объёма спроса на продукцию q (единиц в месяц) от её цены p (тыс. руб.) задаётся формулой: $q = 100–10p$.

Определите уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит 210 тыс. руб.

Решение.

В задаче дан объем спроса на продукцию в 210 тыс. рублей, то есть

$$q \cdot p = 210,$$

откуда объем спроса будет равен

$$q = \frac{210}{p}.$$

Подставляя это выражение в формулу $q = 100 - 10p$, получаем уравнение относительно цены на продукцию:

$$\frac{210}{p} = 100 - 10p.$$

$$\frac{210}{p} = 100 - 10p\ .$$

Умножим данное уравнение на р, получим:

$$10p^2 - 100p + 210 = 0$$
$$p^2 - 10p + 21 = 0$$

Решаем квадратное уравнение, имеем два корня:

$$D = 100 - 4 \cdot 21 = 16$$
$$\sqrt{D} = 4$$
$$x_1 = \frac{10+4}{2} = 7$$
$$x_2 = \frac{10-4}{2} = 3$$

То есть данный объем можно обеспечить либо ценой в 7 тыс. рублей, либо в 3 тыс. рублей. (В ответе к заданию дано значение 7 тыс. рублей, видимо нужно выбирать наибольшую цену).

Ответ: 7.

Григорий является владельцем двух заводов в разных городах.

На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.

В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара;

если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей.

Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Решение.

Введем обозначения: x - время работы 1-го завода; y - время работы второго завода. На первом заводе в неделю рабочие работают x^2 часов в неделю и за каждый час получают 500 рублей. На втором заводе рабочие работают y^2 часов в неделю и также за каждый час получают по 500 рублей. Получаем уравнение

$$\left(x^2+y^2\right)\cdot 500=5000000$$

или в виде

$$x^2+y^2=10000.$$

Из условия задачи известно, что на первом заводе каждый час производится $3x$ товара, а на втором - $4y$. Необходимо, чтобы в сумме они давали максимальный объем произведенного товара, т.е.

$$3x+4y\to \max.$$

$$3x + 4y \to \max .$$

Учитывая, что

$$x^2 = 10000 - y^2$$
$$x = \sqrt{10000 - y^2}$$

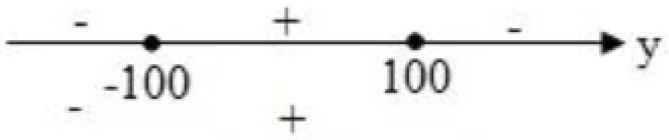
получаем функцию

$$3\sqrt{10000 - y^2} + 4y,$$

у которой нужно найти наибольшее значение.

ОДЗ функции $3\sqrt{10000-y^2}+4y \geq 0$ соответствует неравенству

$$10000-y^2 \geq 0$$
$$(100-y)(100+y) \geq 0$$
$$y_1 = 100, y_2 = -100$$



$$y \in [-100;100].$$

Но так как величина времени работы не может быть меньше 0, то окончательно имеем

$$y \in [0;100].$$

Для нахождения экстремумов функции, нужно найти ее производную и приравнять результат нулю, получим:

$$\left(3\sqrt{10000-y^2}+4y\right)' = \frac{3}{2\sqrt{10000-y^2}}\cdot\left(10000-y^2\right)'+4=$$

$$=\frac{3}{2\sqrt{10000-y^2}}\cdot(-2y)+4=4-\frac{3y}{\sqrt{10000-y^2}}$$

приравниваем результат нулю:

$$4-\frac{3y}{\sqrt{10000-y^2}}=0$$

$$\frac{3y}{\sqrt{10000-y^2}}=4$$

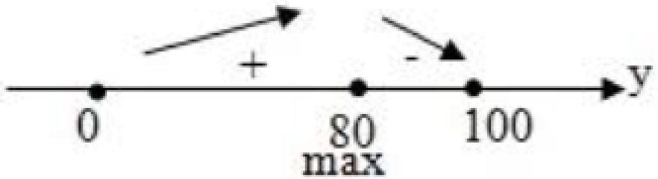
$$3y=4\sqrt{10000-y^2}$$

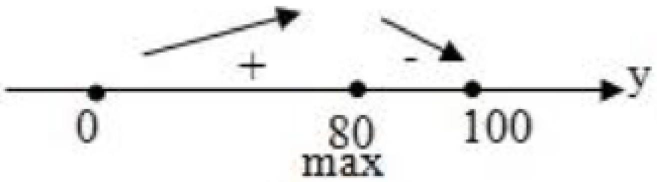
$$9y^2=16\cdot\left(10000-y^2\right)$$

$$25y^2=160000$$

$$y^2=64000$$

$$y=80$$





Получили значение времени работы на втором заводе равное 80. Тогда на первом заводе время составит

$$x^2+80^2=10000$$

$$x^2=3600$$

$$x=60$$

Подставим полученные результаты в выражение $3x+4y$, получим максимальный объем производства деталей:

$$3\cdot 60+4\cdot 80=500 \text{ единиц.}$$

Ответ: 500.