Методические рекомендации для учителей математики по организации преподавания курса «Теории вероятности и статистики /углубленный уровень 10 класс/

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| СодержаниеПримерной программы по математике | Алгебра и начала математического анализа" "Алимов Ш.А., другие( 10-11)(Базовый/Углублённый) | Алгебра и начала математического анализа. Колягин Ю.М. и др. (10-11) (Базовый/Углублённый) 11 класс | Алгебра и начала математического анализа. Пратусевич М.Я. (10-11) (Углублённый), 11 класс | Алгебра и начала математического анализа. Мерзляк А.Г. (10-11) (углубленный) | Алгебра и начала математического анализа. Никольский С.М. и др. (10-11) (Базовый/Углублённый), 10 класс | Алгебра и начала математического анализа. Муравин Г.К. (10-11) (Углублённый) | Алгебра и начала математического анализа. Мордкович А.Г. и др. (10-11) (углубленный) | Теория вероятностей и статистика 10,11. Ю.Н Тюрин и др. МЦНМ, 2О14 |
| Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует |
| Случайные эксперименты (опыты) и случайные события.  | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Элементарные события (исходы).  | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Вероятность случайного события. | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
|  Близость частоты и вероятности событий.  | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями. | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события.  | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Диаграммы Эйлера | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует |
| Формула сложения вероятностей. | присутствует | присутствует |  отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| условная вероятность | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует |
| умножение вероятностей | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует |
| дерево случайного эксперимента | отсутствует |  отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Формула полной вероятности | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует |
| Формула Байеса. | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует |
| Независимые события | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Бинарный случайный опыт(испытание), успех и неудача | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Перестановки и факториал | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Число сочетаний | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Треугольник Паскаля | отсутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
|  Формула бинома Ньютона. | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Серия независимых испытаний Бернулли.  | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Случайный выбор из конечной совокупности | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Случайная величина. | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
|  Распределение вероятностей | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Диаграмма распределения | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Операции над случайными величинами. | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
|  Бинарная случайная величина.  | отсутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное. | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |

Первая тема «Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья» отсутствует во всех учебниках. Для разработки уроков по этим темам рекомендуем следующие пособия: В.М. Гуровиц, В.В. Ховрина «Графы» Издательство МЦНМО, Москва 2009, в этой книге есть и теоретический материал, и задачи. Можно использовать книгу О.И. Мельникова «Теория графов для учителей и школьников … и не только» Москва, Издательство Ленанд, 2017.В книге «Кружок по теории вероятностей» Высоцкий И. Р. –– М.: МЦНМО,2018г. есть хорошие задачи повышенной сложности по теме «Графы».

Следующие темы для мотивированных школьников не являются сложными:

-Случайные эксперименты (опыты) и случайные события;

-Элементарные события (исходы);

-Вероятность случайного события;

-Близость частоты и вероятности событий;

-Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями;

-Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события;

-Диаграммы Эйлера;

-Формула сложения вероятностей;

-Условная вероятность;

-Умножение вероятностей;

-Дерево случайного эксперимента;

-Бинарный случайный опыт(испытание), успех и неудача;

-Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха;

-Перестановки и факториал;

-Число сочетаний;

-Треугольник Паскаля;

-Формула бинома Ньютона;

-Серия независимых испытаний Бернулли;

-Случайный выбор из конечной совокупности;

-Случайная величина;

-Распределение вероятностей;

-Диаграмма распределения;

-Операции над случайными величинами;

-Бинарная случайная величина;

-Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

Некоторые этих тем, например, такие как «Перестановки, Размещения, Сочетания» можно повторить, используя учебник «Теория вероятностей и статистика 7,8,9» И.Р. Высоцкий, И.В. Ященко, Издательство МЦНМО. Другие- изучить, выполняя проект. Для формирования умений решать задачи повышенной сложности рекомендуем использовать книгу «Кружок по теории вероятностей» Высоцкий И. Р. –– М.: МЦНМО,2018, которая содержит много задач высокой сложности, что позволит изучить курс на углубленном уровне.

Примерной программе соответствует учебник «Алгебра и начала математического анализа». Мерзляк А.Г и др. (10-11) (углубленный уровень), его можно рекомендовать для организации занятий.

Хотелось бы обратить внимание на экспериментальное учебное пособие «Теория вероятностей и статистика10,11классы» Ю.Н Тюрин А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Ященко, Издательство МЦНМО, Москва, 2О14г. Эта книга более всего соответствует примерной программе и может быть использована для подготовки к урокам. В ней отсутствует тема «Формула Байеса», поэтому учителю придется самостоятельно отобрать материал и приготовить занятия по этой теме, что не составит труда, ведь формулу Байеса можно вывести из формулы полной вероятности. Помимо этого, в качестве дидактического материала можно рекомендовать пособия Высоцкого И. Р. Теория вероятностей. Задачи и контрольные работы. 10 класс, М, МЦНМО 2019г. и «Кружок по теории вероятностей» М.: МЦНМО,2018г

Дополнительная литература:

- Высоцкий И.Р., Шапарина В.Ю. Под редакцией И.В. Ященко Учебное пособие для подготовки учащихся старшей школы к решению задач по теории вероятностей повышенного уровня сложности единого государственного экзамена (задача 10 профильного уровня в варианте ЕГЭ 2022 года). Издательство: МЦНМО 2022.

- Шахмейстер, А. Х. Комбинаторика. Статистика. Вероятность / – Москва: МЦНМО, 2019.

- Кельберт, М. Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики / МЦНМО, 2018.

-Лютикас В. С. Факультативный курс по математике: Теория вероятностей: Учебное пособие для 9—11 классов средней школы 3-е изд., перераб.— М.: Просвещение, 1990.

-Б. В. Гнеденко, А. Я. Хинчин Элементарное введение в теорию вероятностей., М, Наука, 1970.

Статьи Журнала «Квант»:

-Бендукидзе А., Треугольник Паскаля. (N10, 1982).

-Васильев Н., Гутенмахер В., Комбинаторика - многочлены - вероятность. (N1, 1986).

-Виленкин Н., Комбинаторика (N1, 1971).

-Иванов Ю., Сколько вариантов? (N11, 1980).

-Мешойрер Р., Комбинаторные доказательства формулы Ньютона. (N9, 1978).

-Ширшов А., Об одной комбинаторной задаче. (N9, 1979).

-Савин А Графы (№6,1994).

-Болтянский В., Топология графов. (N6, 1981).

-Коган Б., Вероятностные задачи (N4, 1973).

-Чукова Ю., Распределение Пуассона. (N8, 1988).

-Спрент П., Зачем нужна статистика? (N10, 1992).

-Шень А., Что такое случайность? (N7, 1983).

Интернет ресурсы:

http://ptlab.mccme.ru Сайт Лаборатория теории вероятностей

https://fipi.ru – Сайт Федерального института педагогических измерений

http://fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege– Открытый банк заданий ЕГЭ

https://www.problems.ru – Интернет-проект «Задачи»

https://resh.edu.ru – Российская электронная школа

http://school-collection.edu.ru/– Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов